

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

PESEL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**M-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

**Egzamin maturalny**

**Formuła 2023**

**MATEMATYKA**

**Poziom rozszerzony**

*Symbol arkusza*

**M**MAP-R0-**100**-2606

DATA: **3 czerwca 2026 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

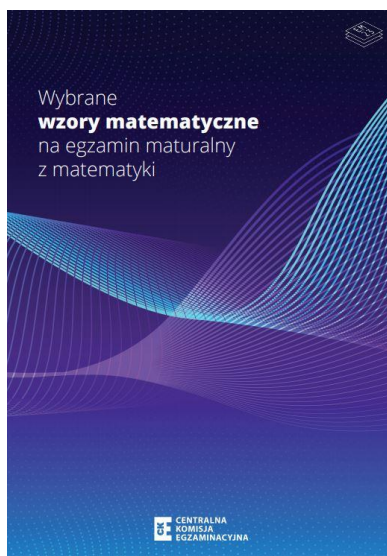
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–13). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki są umieszczone na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane  
na następnych stronach.**

### Zadanie 1. (0-2)

Dane są liczby rzeczywiste  $a$  oraz  $b$ :

$$a = 16^{\frac{1}{2} \cdot \log_4 36 - 2 \cdot \log_4 3}$$

$$b = \log_2 9 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8$$

Oblicz wartość ilorazu  $\frac{a}{2b}$ . Wynik zapisz w postaci  $3^k$ , gdzie  $k \in \mathbb{Z}$ . Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total area of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced across the entire page.



### Zadanie 2. (0–3)

Rozważamy wszystkie dziewięciocyfrowe kody, które spełniają jednocześnie następujące warunki:

- na pierwszym miejscu kodu znajduje się cyfra 2
- cyfra 4 występuje w kodzie dokładnie trzy razy
- cyfra 8 występuje dokładnie dwa razy
- pozostałe cyfry kodu są parami różnymi liczbami nieparzystymi.

**Oblicz liczbę wszystkich takich kodów. Zapisz obliczenia.**

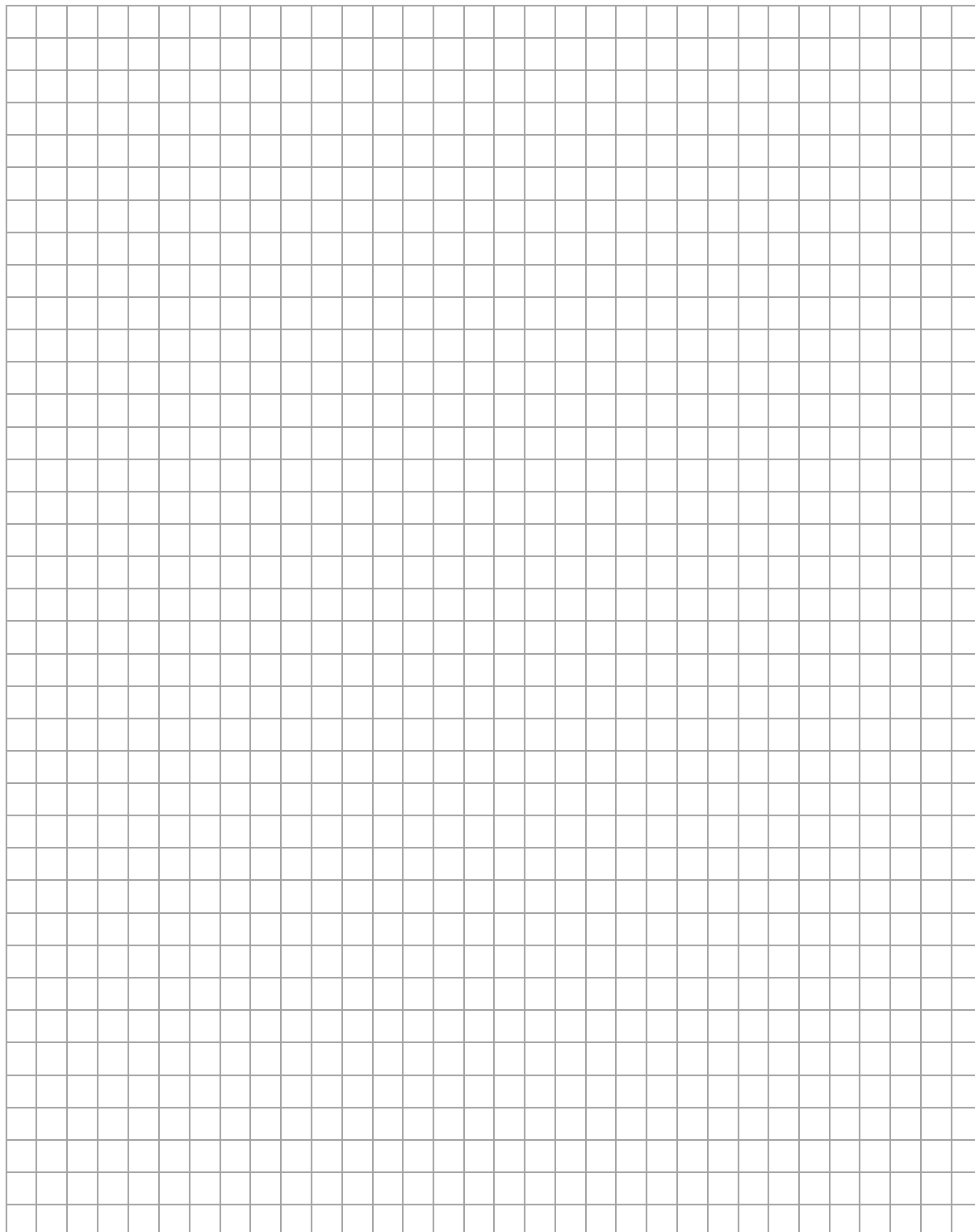
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

|    |             |
|----|-------------|
| 2. | 0-1-<br>2-3 |
|----|-------------|

**Zadanie 3. (0–3)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{ax^2 + x}{x - 1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 1$ .

Wyznacz wszystkie wartości  $a$ , dla których pochodna funkcji  $f$  w punkcie  $x = a$  jest równa  $\left(-\frac{1}{2}a\right)$ . Zapisz obliczenia.

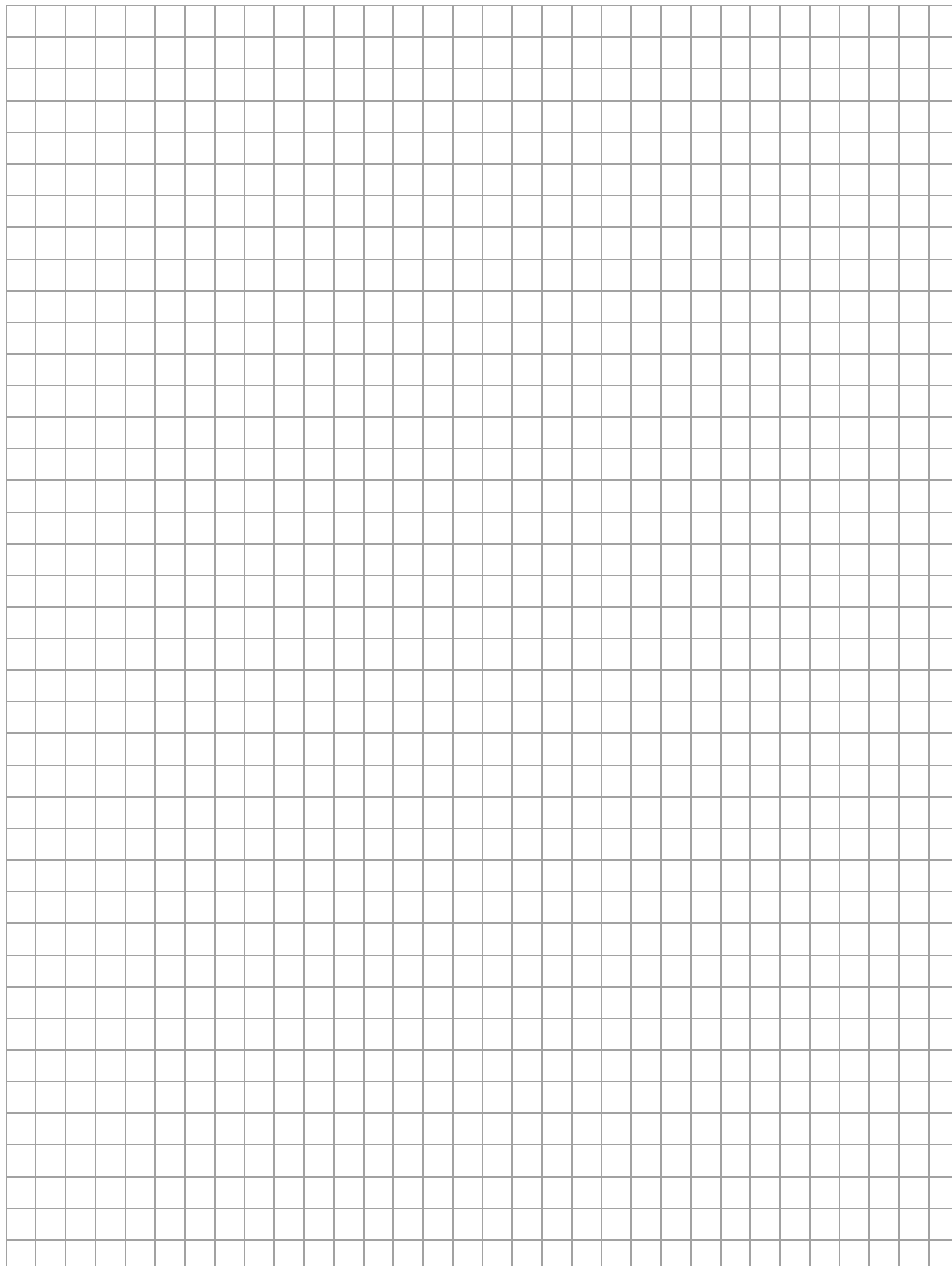


**Zadanie 4. (0–3)**

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  i dla każdej liczby rzeczywistej  $y$  prawdziwa jest nierówność

$$xy + x + y \leq x^2 + y^2 + 1$$

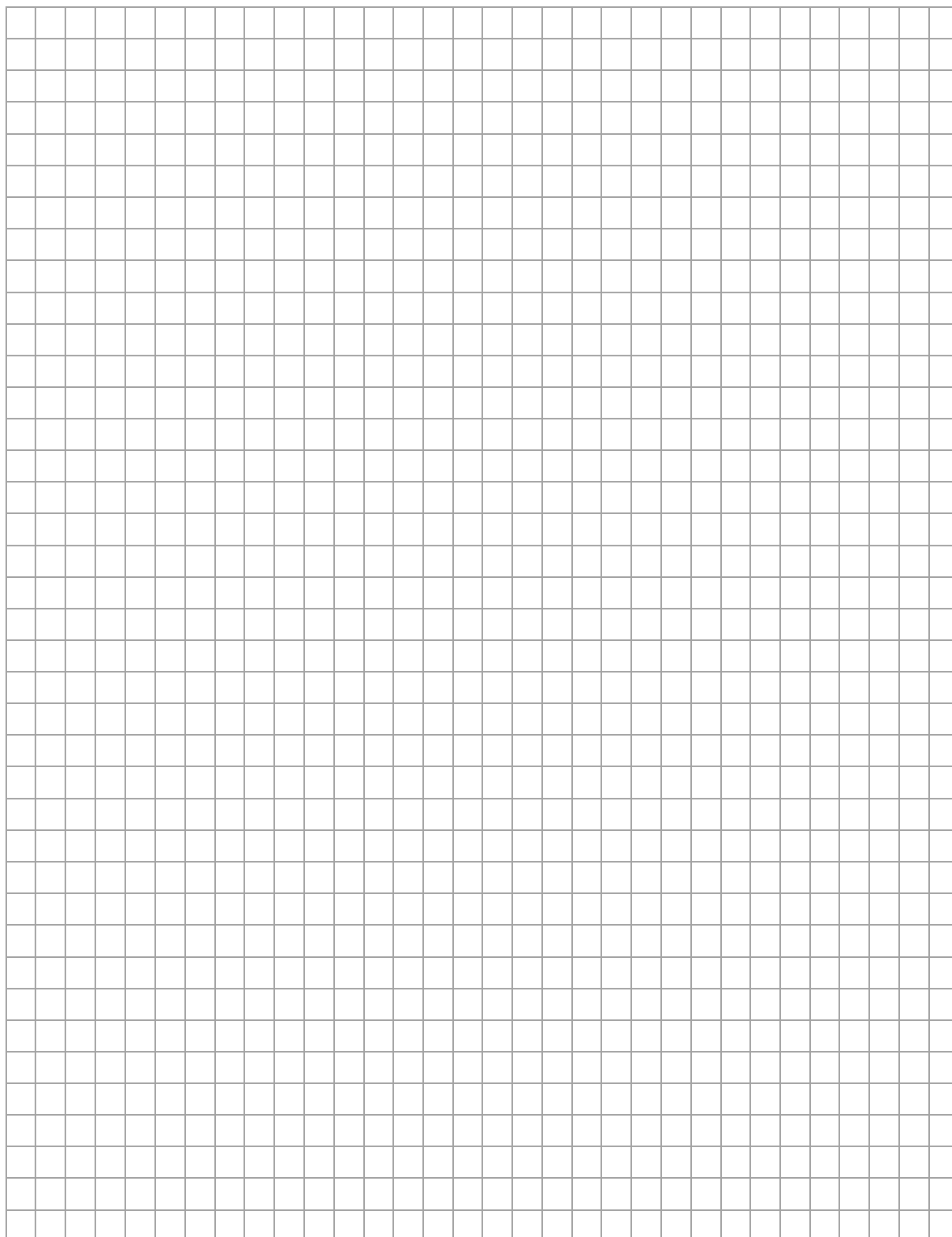
4.

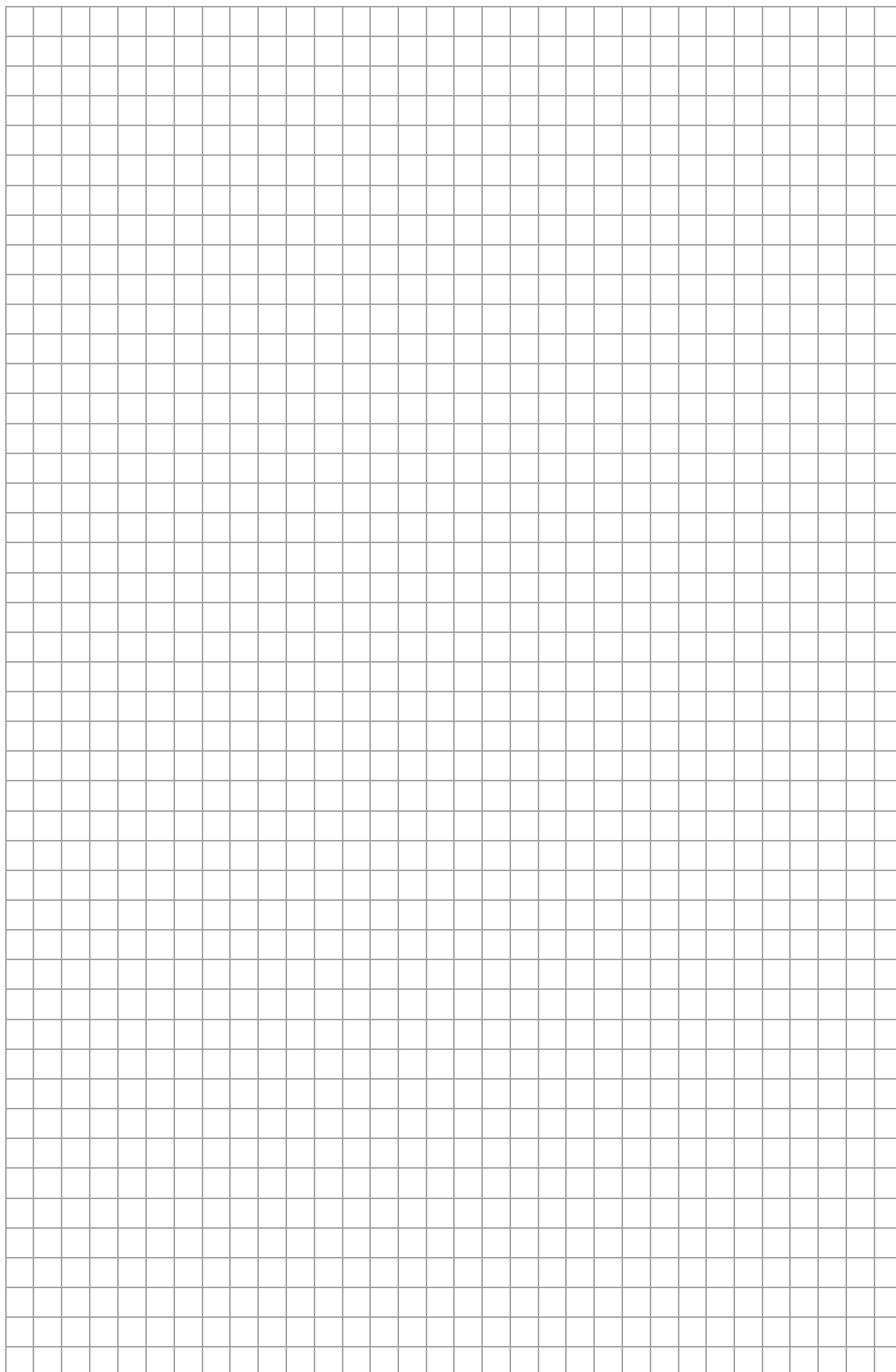
0–1–  
2–3

**Zadanie 5. (0–3)**

Odcinek  $CD$  jest wysokością trójkąta równoramiennego  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ . Prosta  $p$  jest prostopadła do boku  $BC$  i przecina ten bok w punkcie  $L$ . Ta prosta przecina wysokość  $CD$  w punkcie  $K$  oraz przecina bok  $AC$  w punkcie różnym od  $A$ .

**Wykaż, że  $|\angle CAK| = |\angle KDL|$ .**





### Zadanie 6. (0–4)

Chleb sprzedawany w pewnym supermarkecie pochodzi z trzech piekarni:  $\mathcal{P}_1$ ,  $\mathcal{P}_2$ ,  $\mathcal{P}_3$ .

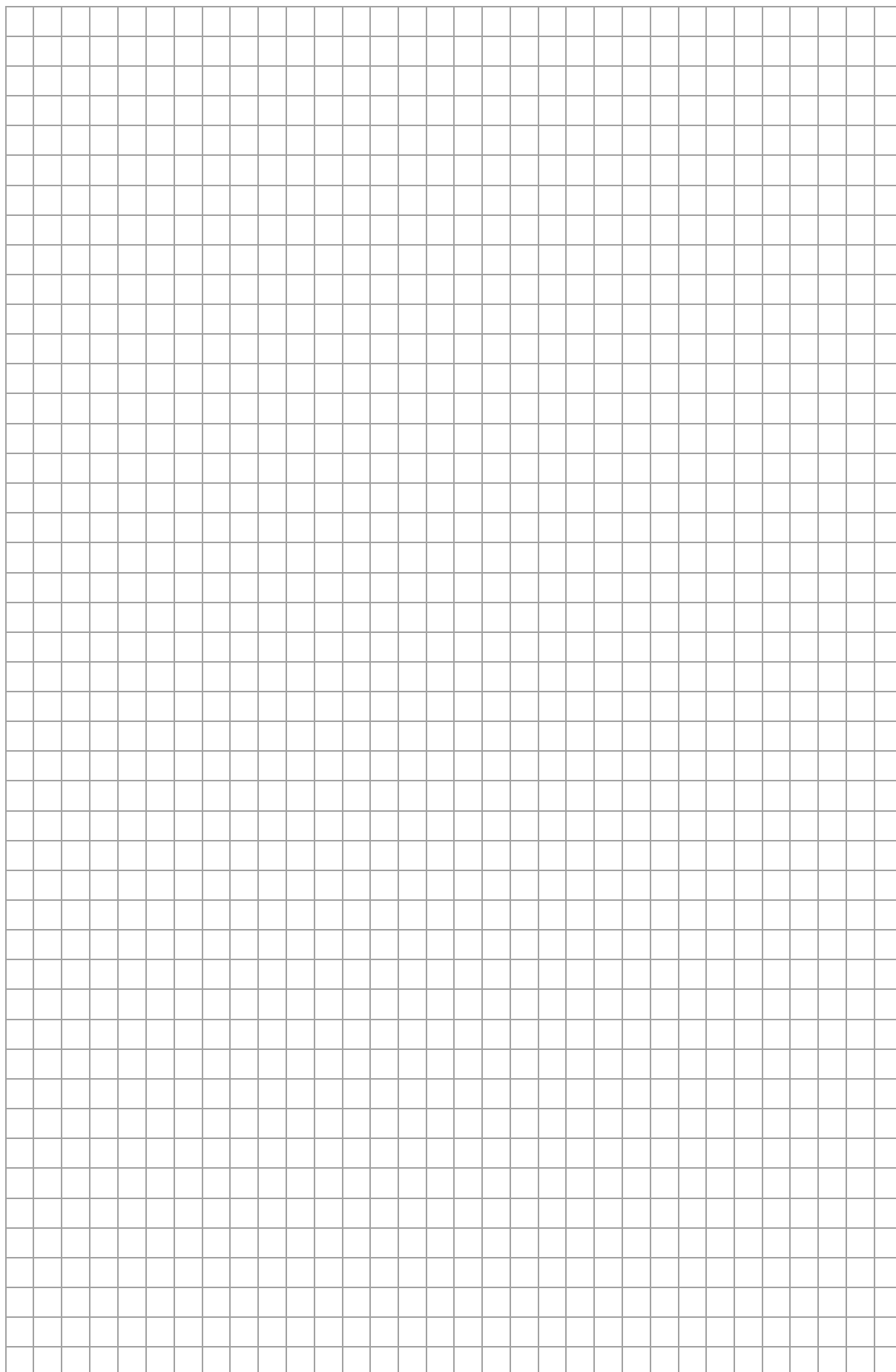
Stosunek liczby bochenków chleba dostarczonego przez piekarnie  $\mathcal{P}_1$ ,  $\mathcal{P}_2$  oraz  $\mathcal{P}_3$  do tego supermarketu jest – odpowiednio – równy  $2 : 3 : 4$ .

Liczba bochenków chleba razowego dostarczonego do tego supermarketu z piekarni:

- $\mathcal{P}_1$  stanowi 10% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni
- $\mathcal{P}_2$  stanowi 12% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni
- $\mathcal{P}_3$  stanowi 15% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni.

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że bochenek chleba losowo wybrany w tym supermarkecie pochodzi z piekarni  $\mathcal{P}_1$ , jeśli wiadomo, że ten chleb jest razowy. Zapisz obliczenia.**

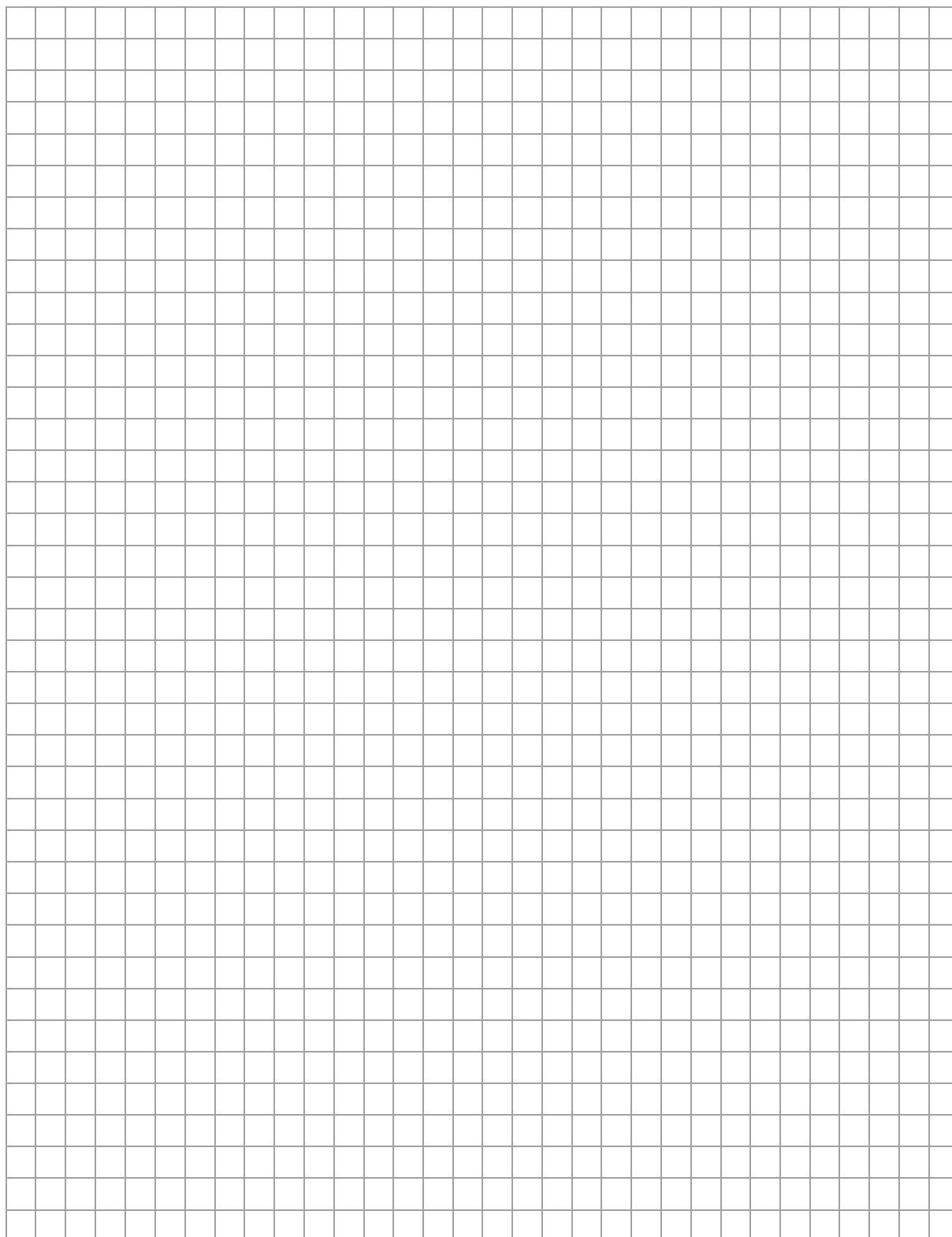
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.



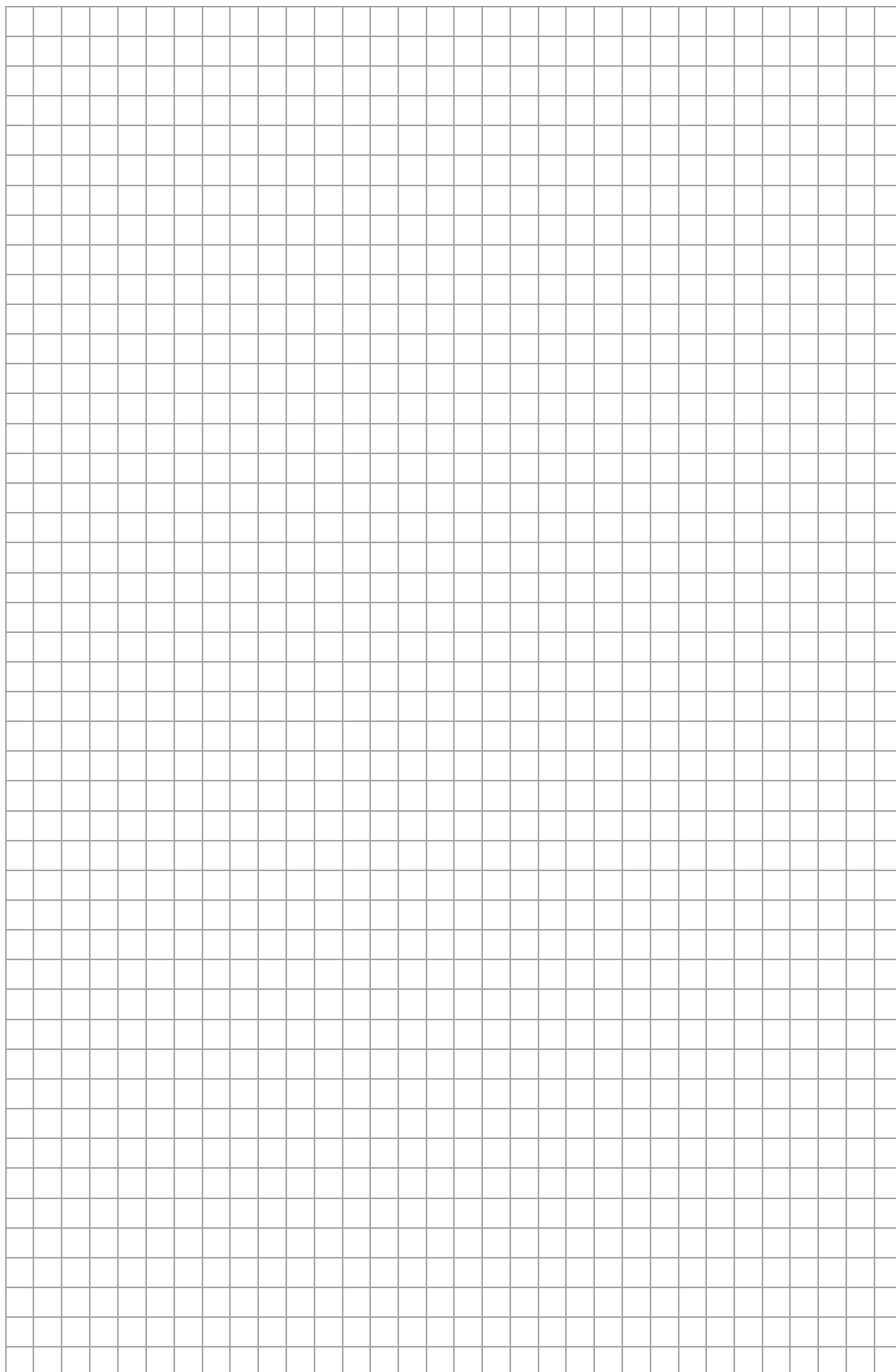
**Zadanie 7. (0–4)**

Nieskończony ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 14. Suma sześciątów wszystkich wyrazów ciągu  $(a_n)$  jest równa 392.

**Wyznacz wzór ogólny na  $n$ -ty wyraz ciągu  $(a_n)$ . Zapisz obliczenia.**





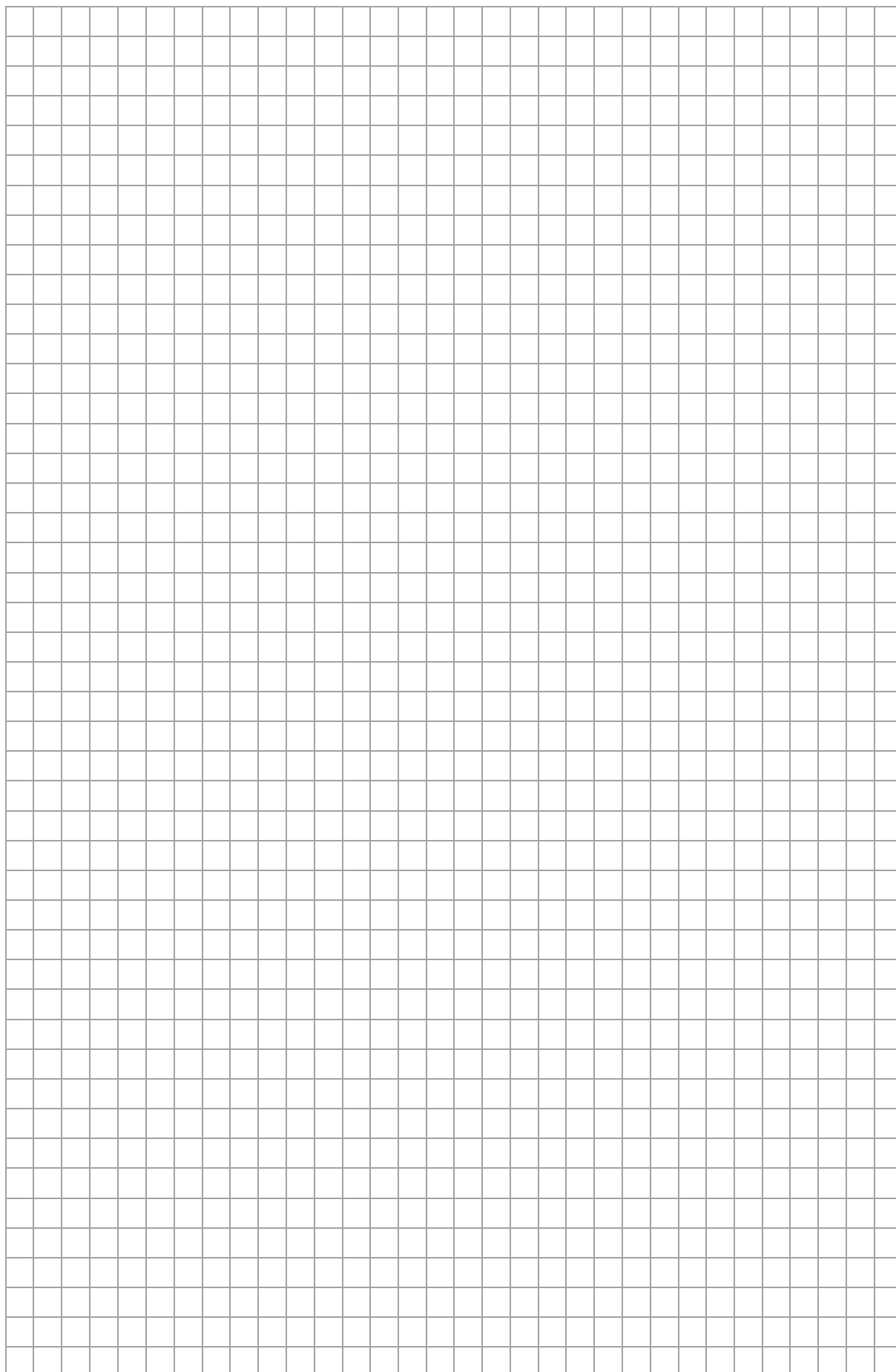


### Zadanie 8. (0–4)

Trzywyrazowy ciąg  $(x, y, z)$  jest geometryczny. Jeżeli w tym ciągu pomniejszymy trzeci wyraz o 4, a pozostałe wyrazy pozostawimy bez zmian, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugi i trzeci wyraz tak otrzymanego ciągu arytmetycznego pomniejszymy o 1, to otrzymamy nowy ciąg geometryczny.

**Oblicz  $x$ ,  $y$  oraz  $z$ . Zapisz obliczenia.**

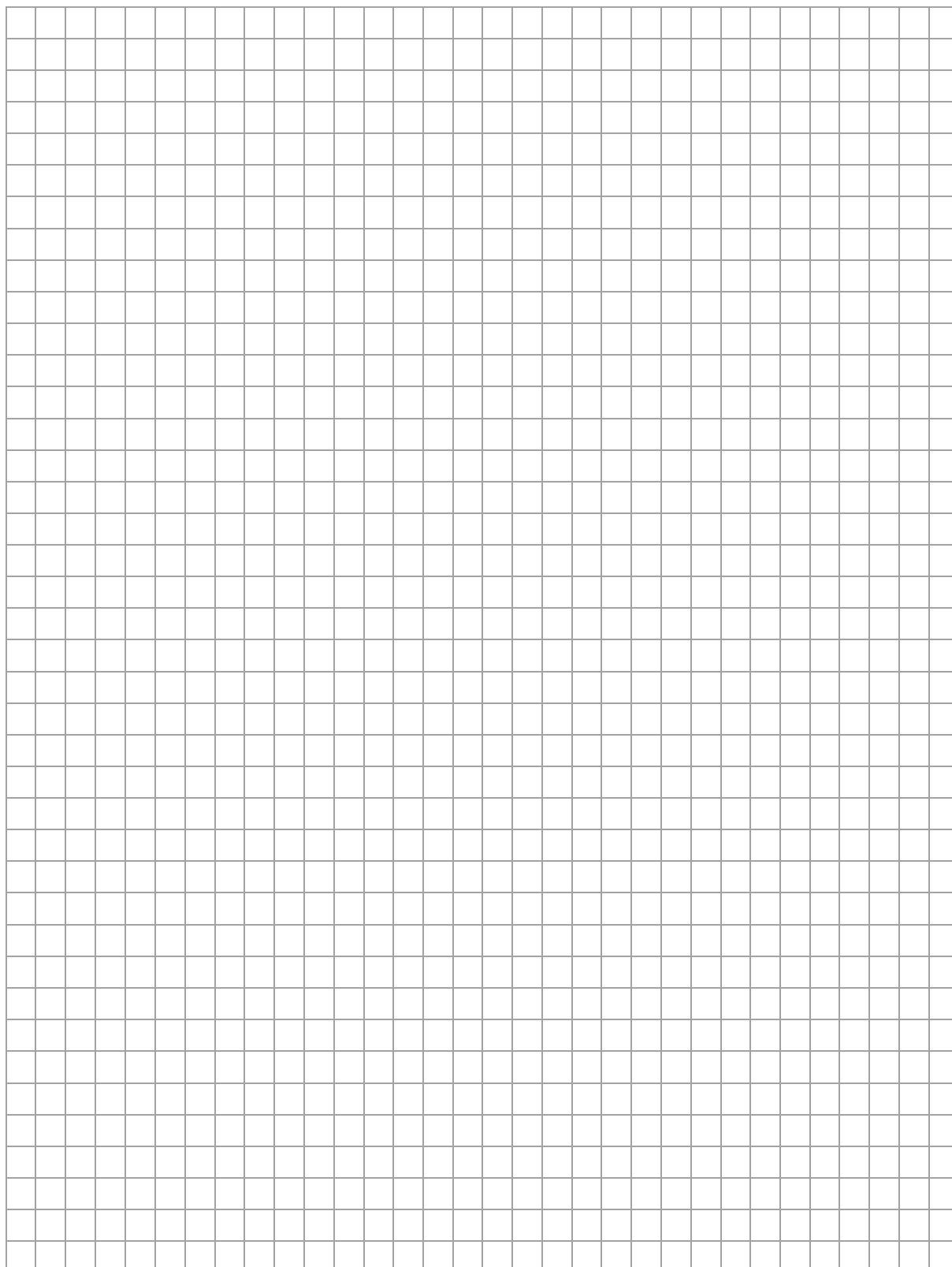
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

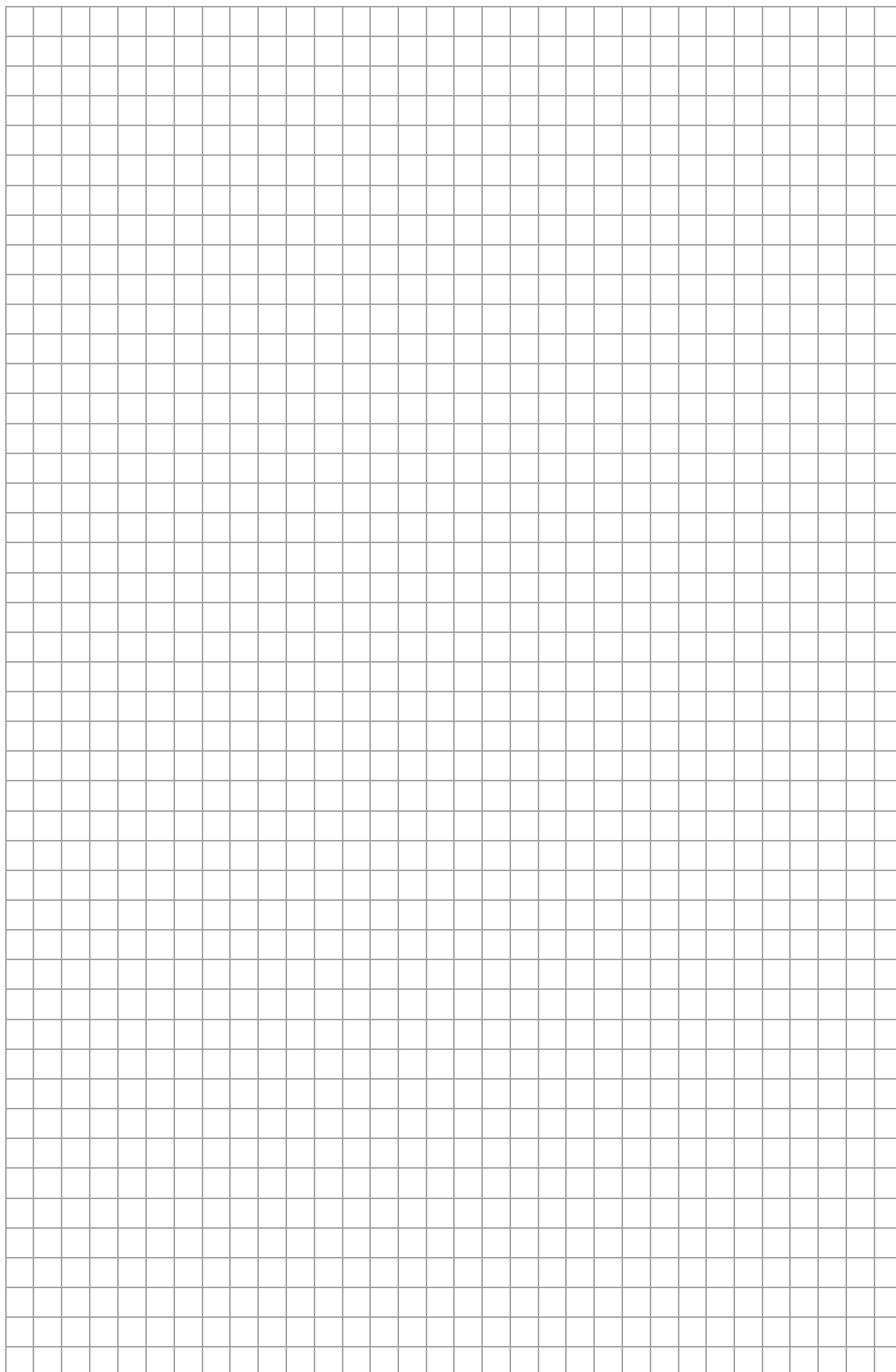


**Zadanie 9. (0–4)**

Pole czworokąta  $ABCD$  wpisanego w okrąg jest równe 18. Boki  $AB$  i  $BC$  są prostopadłe, a ponadto  $|AB| = 4$  oraz  $|BC| = 7$ .

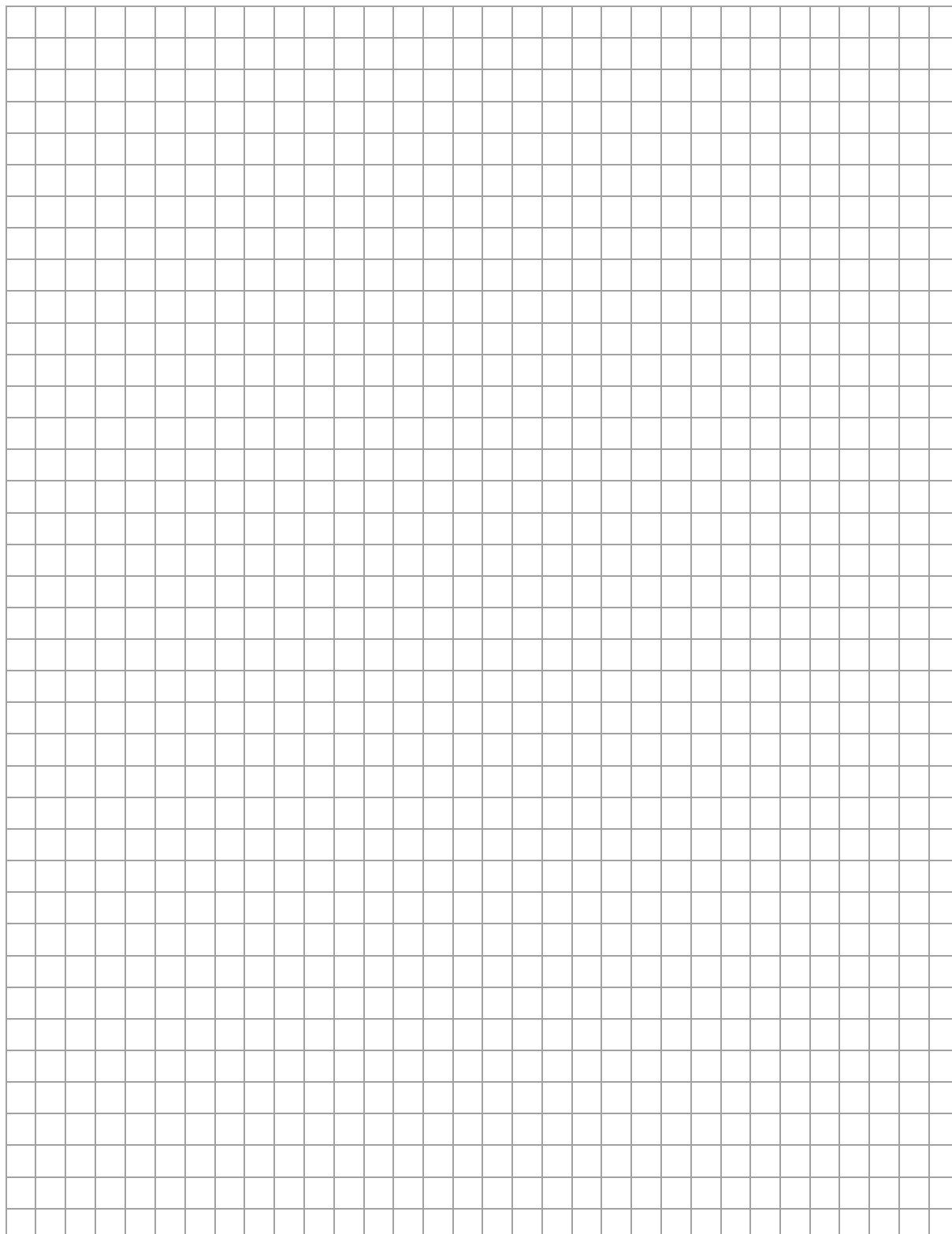
**Oblicz obwód tego czworokąta. Zapisz obliczenia.**

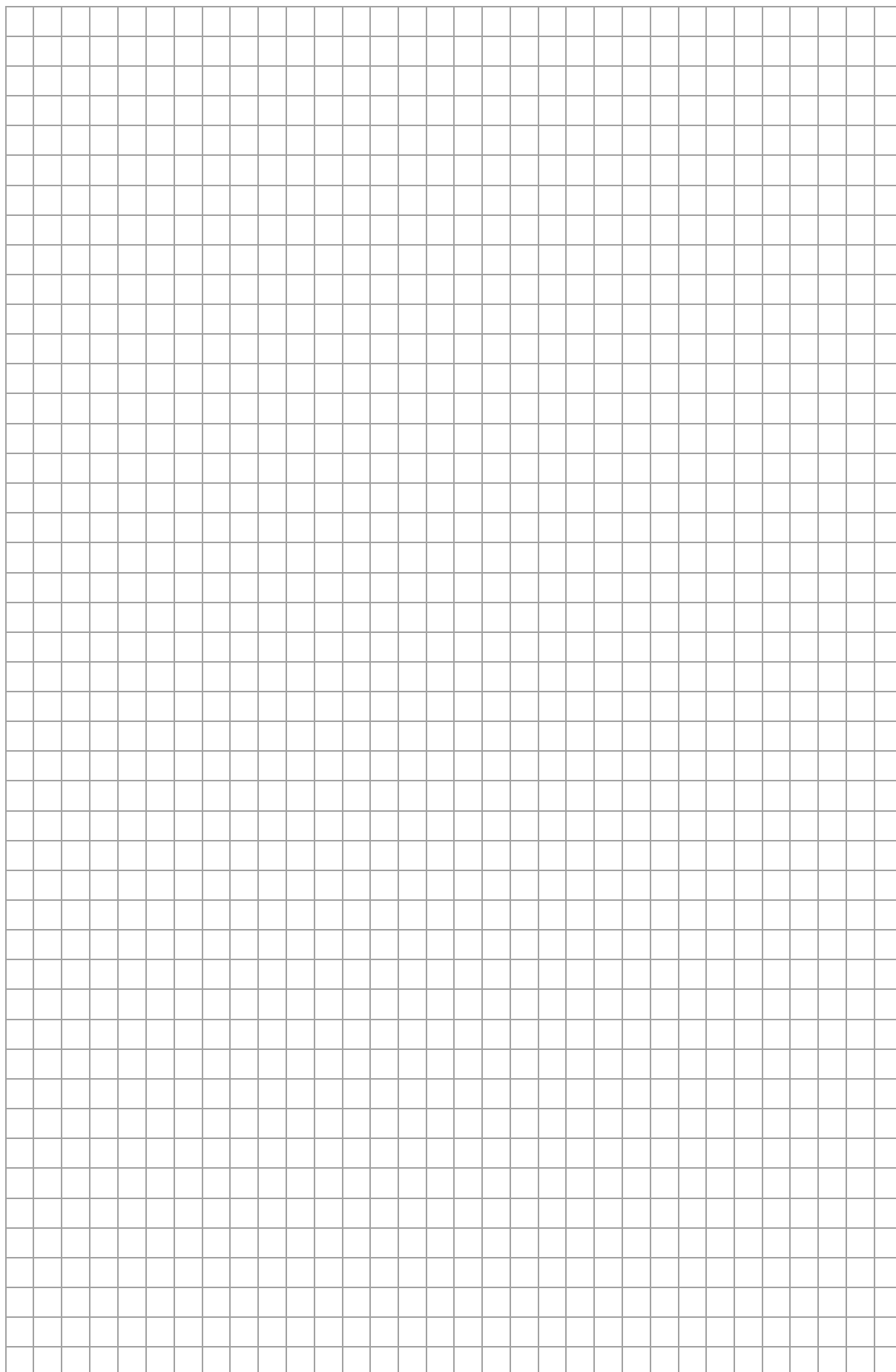




**Zadanie 10. (0–4)****Rozwiąż równanie**

$$\sin x + \sin(2x) - \cos x = \frac{1}{2}$$

**Zapisz obliczenia.**



**Zadanie 11. (0–5)**

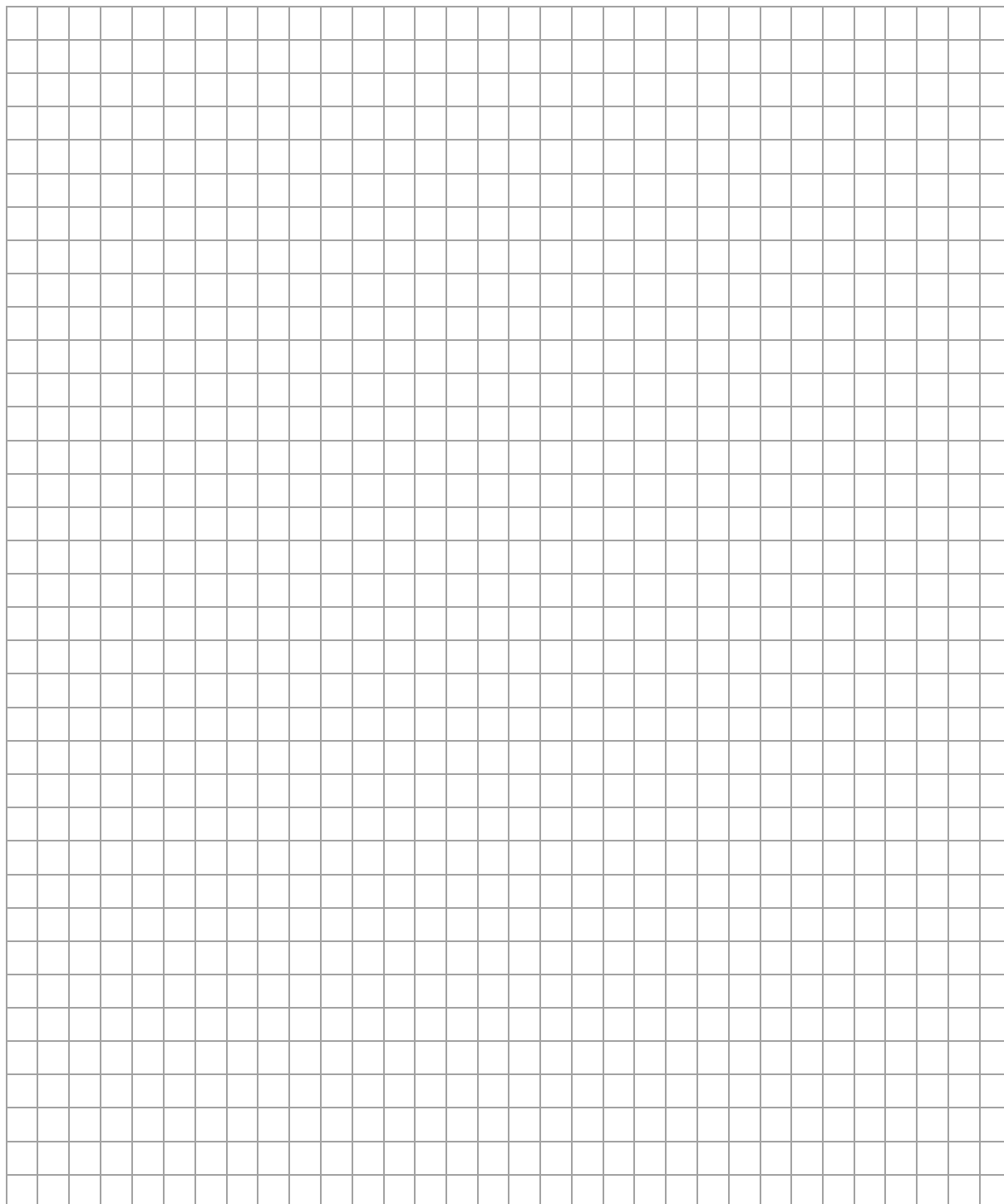
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$x^2 + mx + m = 0$$

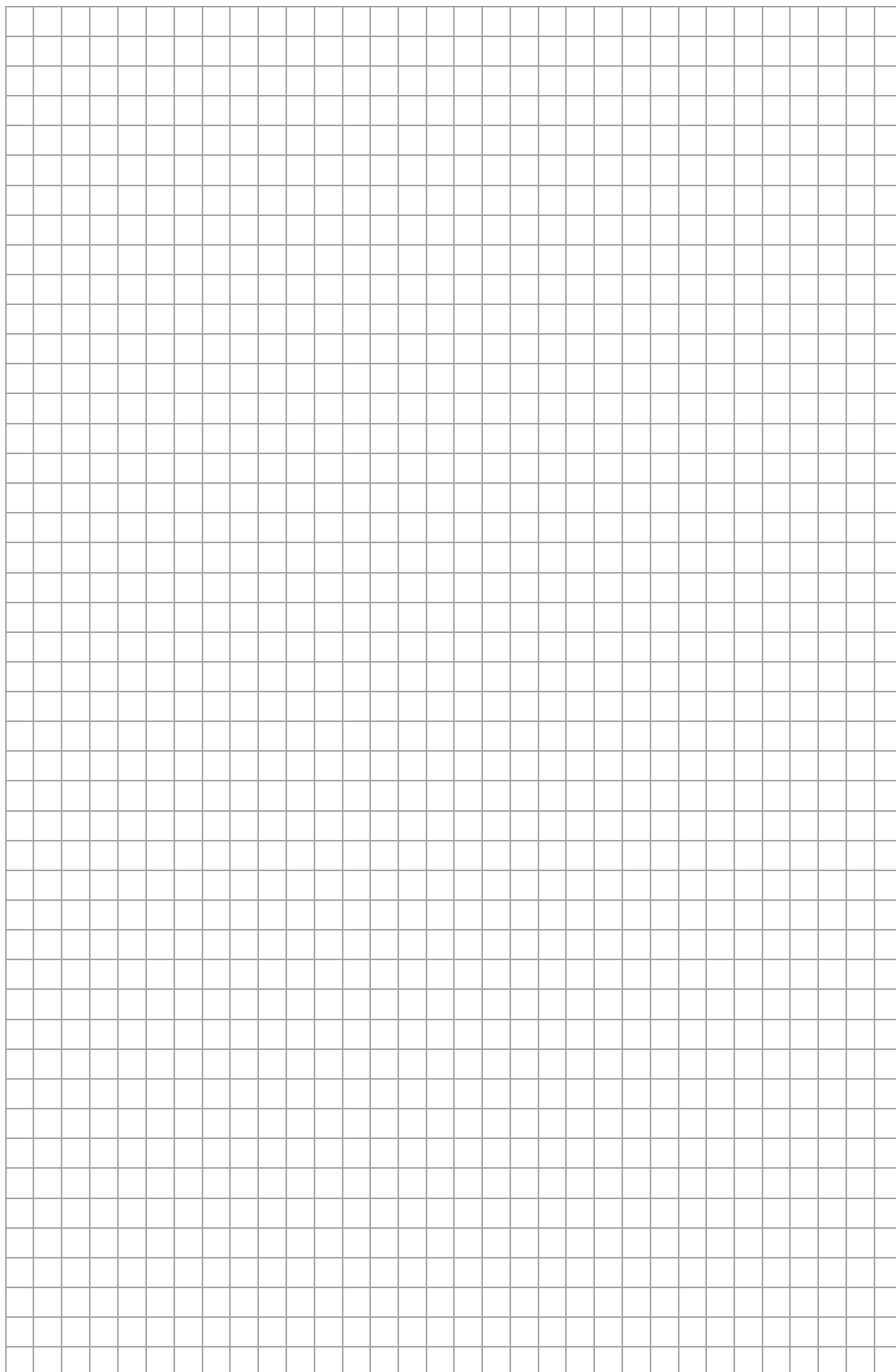
ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste  $x_1$  oraz  $x_2$  spełniające warunek

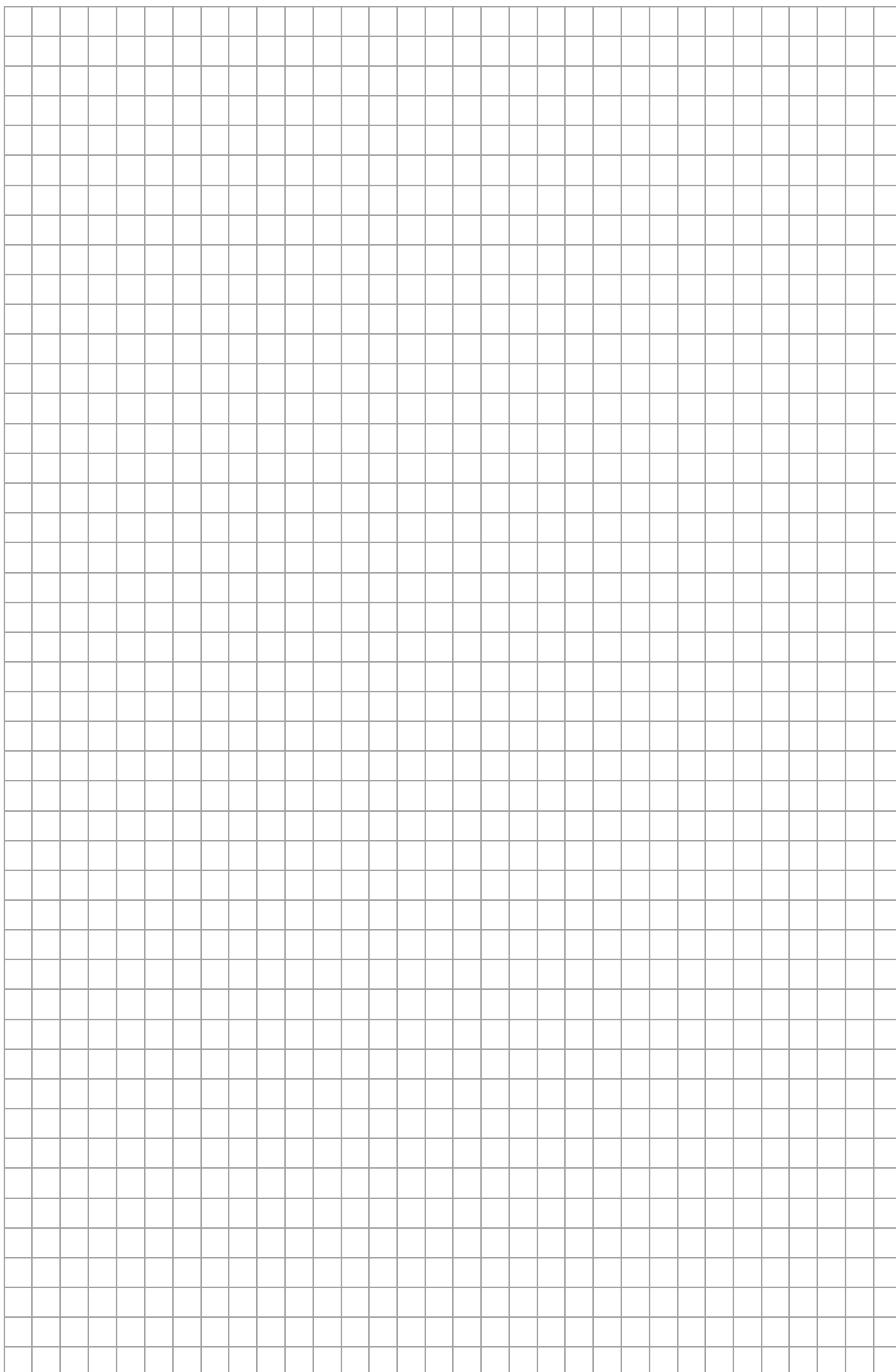
$$x_1^4 + x_2^4 + 4 \cdot x_1^3 \cdot x_2^3 \geq 3$$

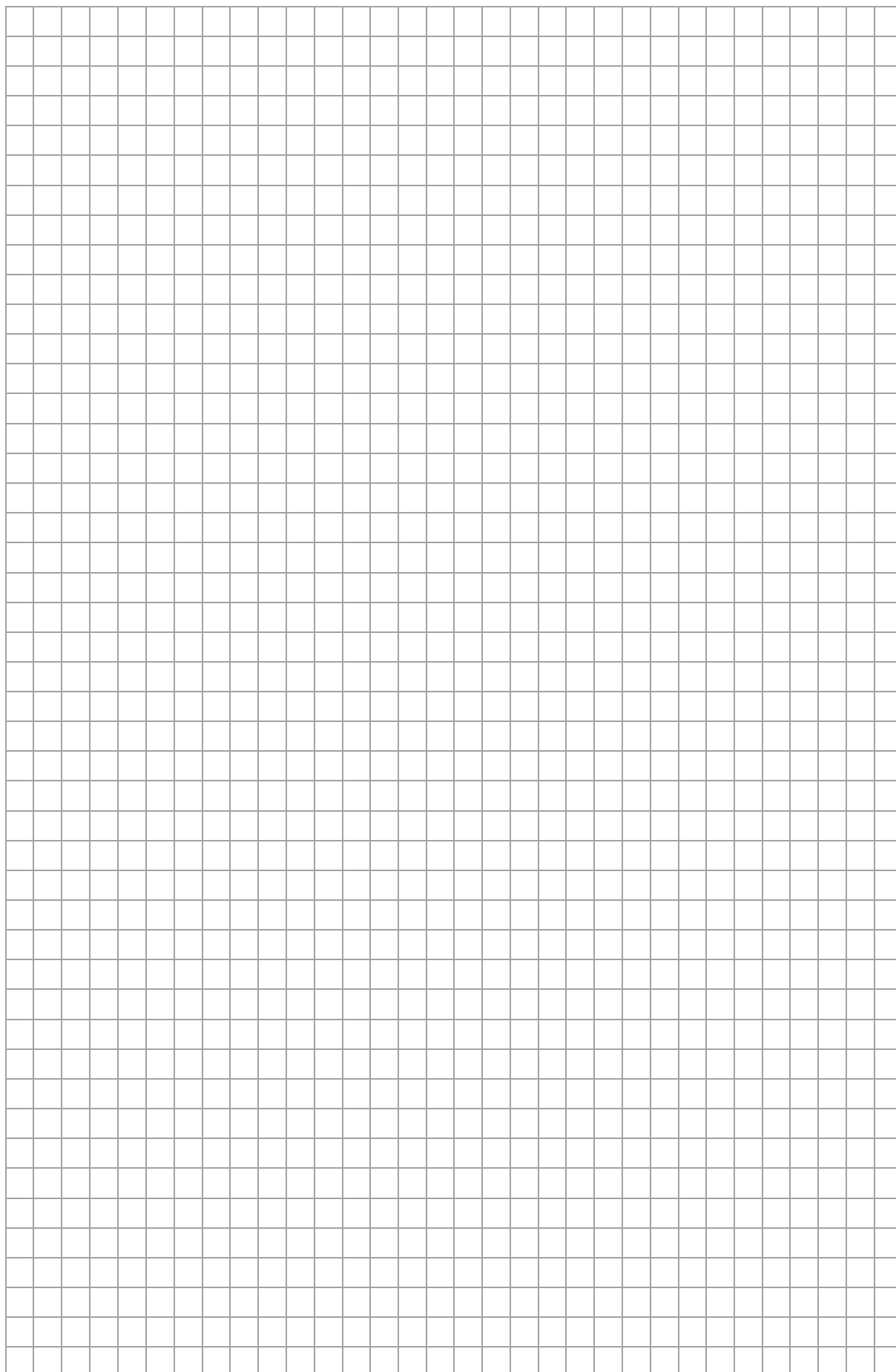
Zapisz obliczenia.







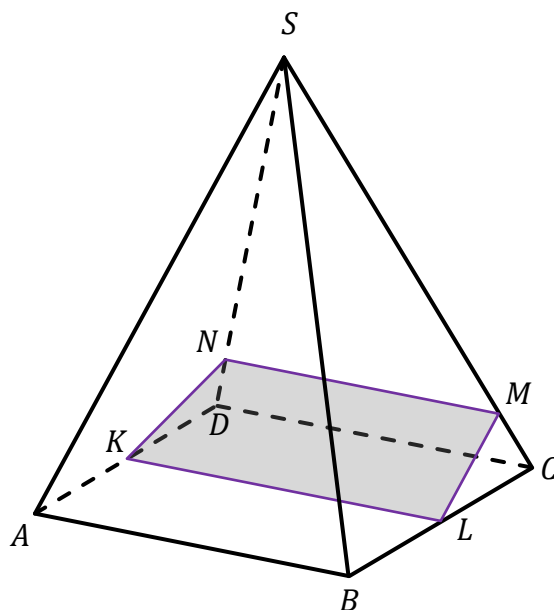




**Zadanie 12. (0–5)**

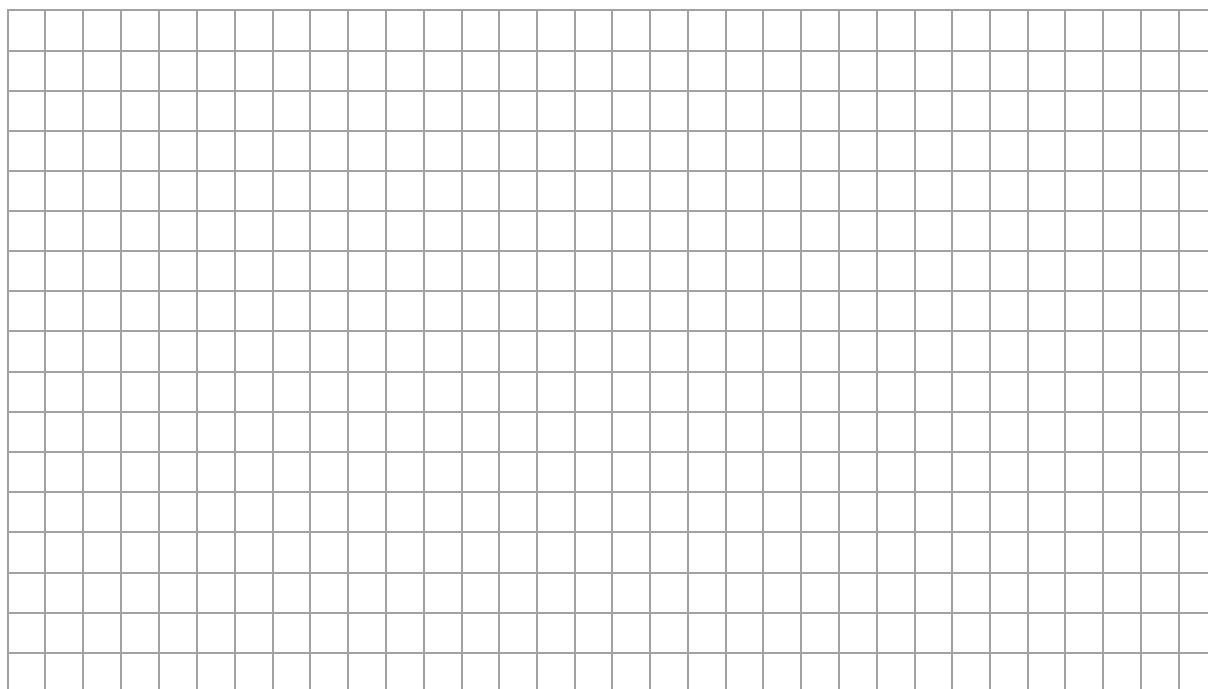
Ostrosłup prawidłowy czworokątny  $ABCD S$  o podstawie  $ABCD$  ma objętość równą  $36\sqrt{3}$ . Ten ostrosłup przecięto płaszczyzną  $\gamma$ , która:

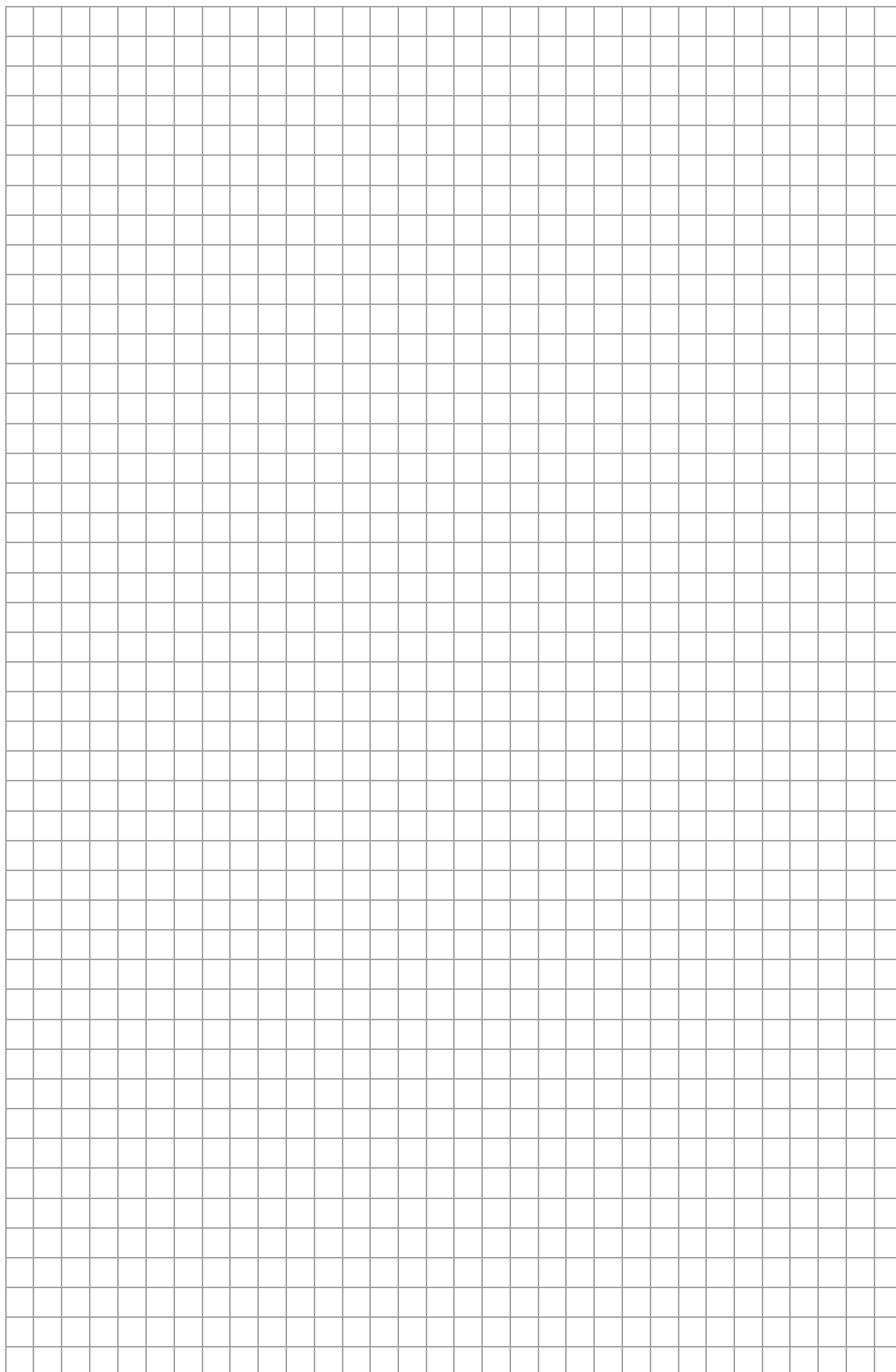
- jest prostopadła do ściany bocznej  $CDS$  ostrosłupa
- przechodzi przez środek  $K$  krawędzi  $AD$  oraz środek  $L$  krawędzi  $BC$
- przecina krawędź boczną  $CS$  w punkcie  $M$  oraz krawędź boczną  $DS$  w punkcie  $N$
- tworzy z płaszczyzną podstawy  $ABCD$  kąt o mierze  $30^\circ$ .

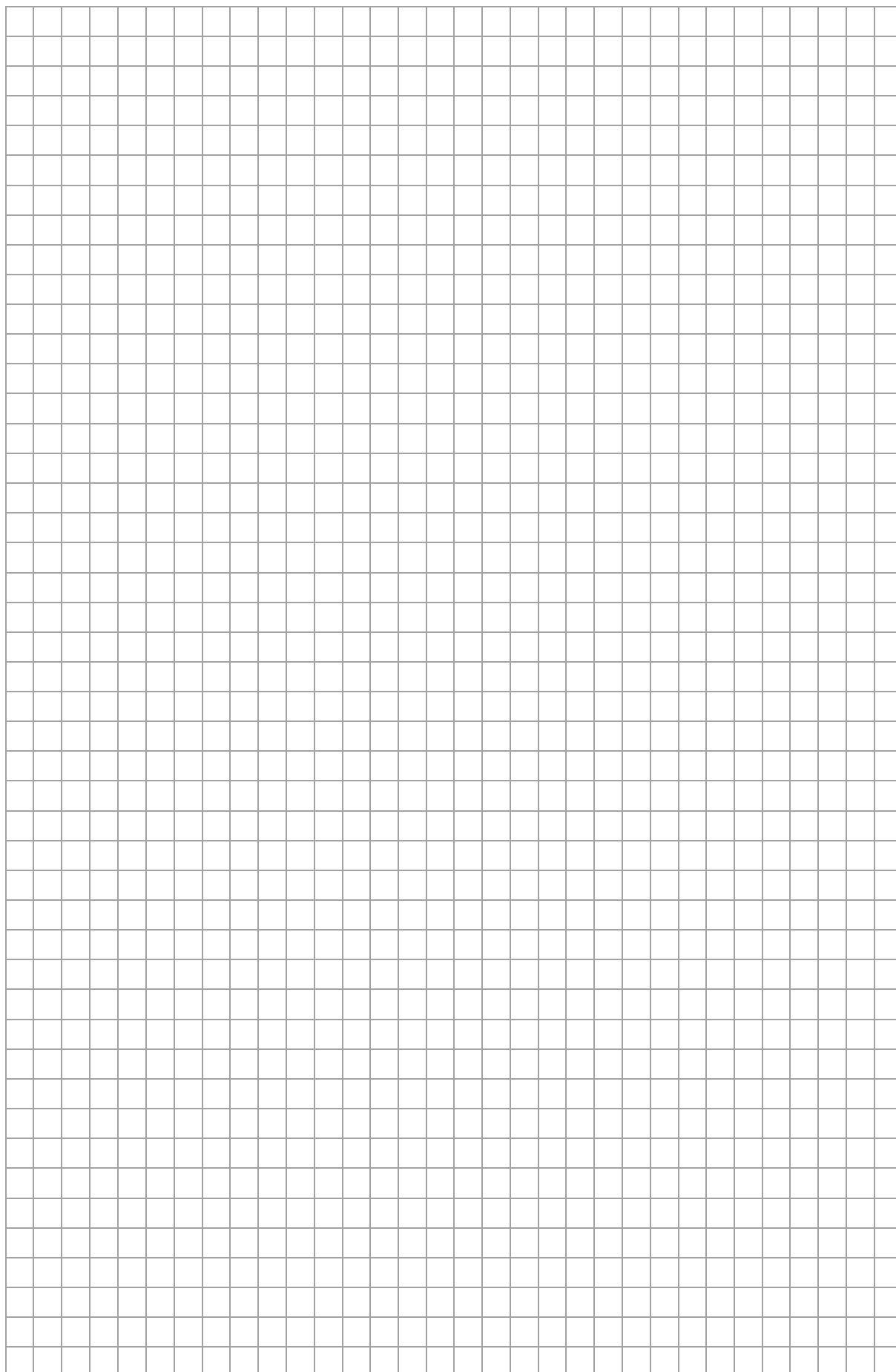


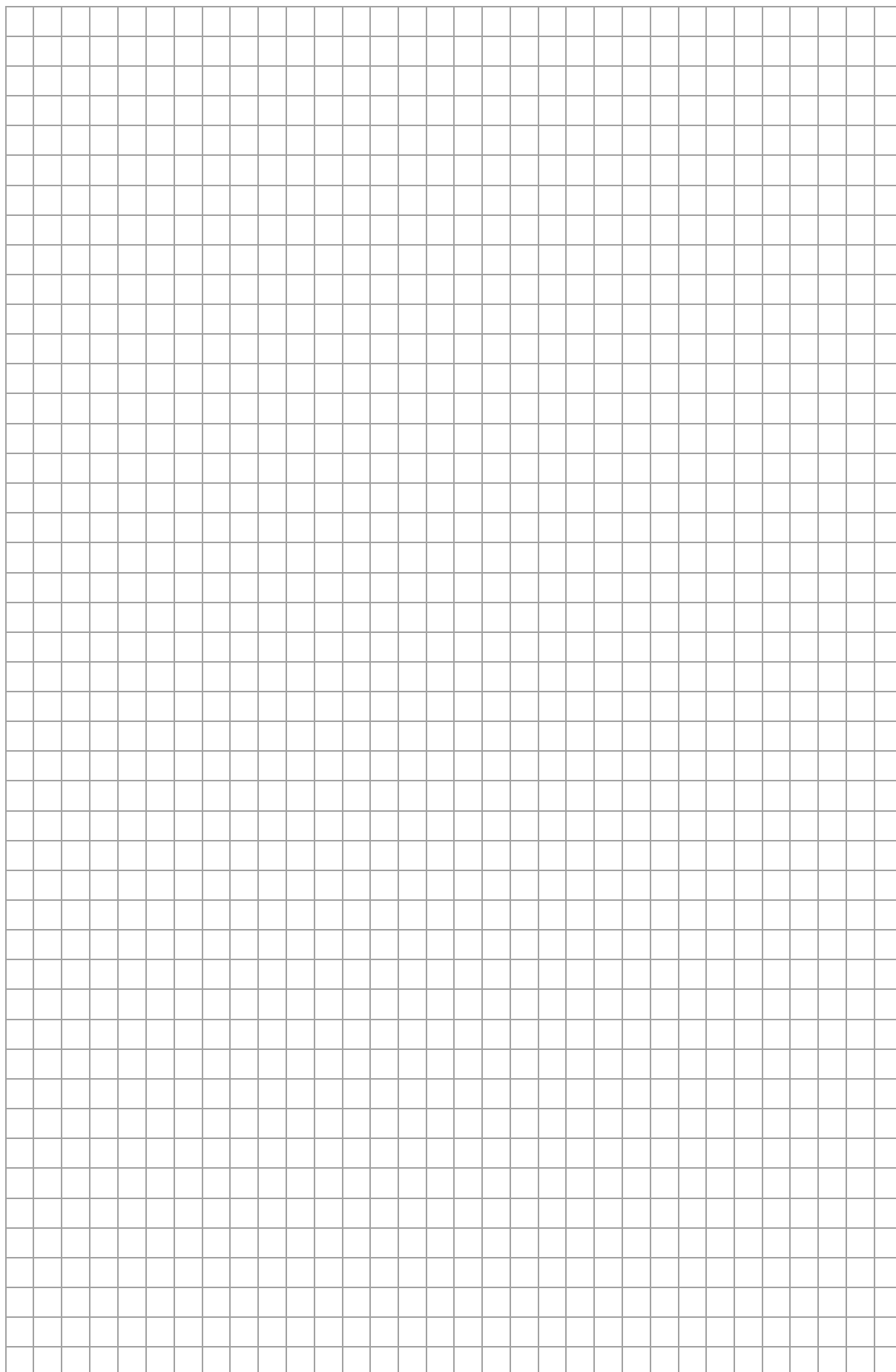
Przekrój  $KLMN$  wyznaczony przez płaszczyznę  $\gamma$  jest trapezem równoramiennym.

**Oblicz pole trapezu  $KLMN$ . Zapisz obliczenia.**









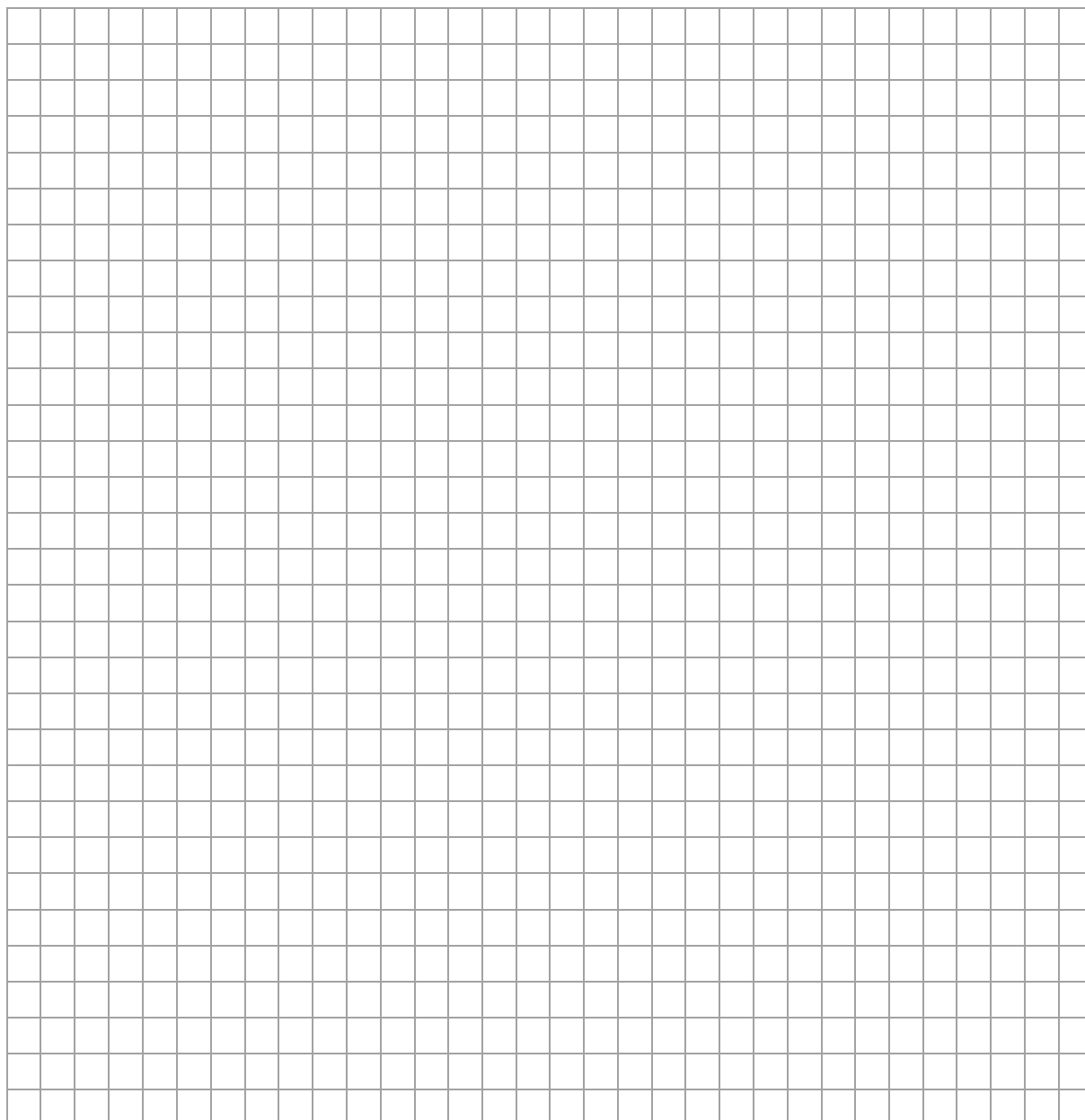
**Zadanie 13.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  rozważamy wszystkie trójkąty prostokątne  $ABC$ , w których  $C = (0, 0)$ , wierzchołek  $B$  leży na dodatniej półosi  $Oy$ , wierzchołek  $A$  leży na dodatniej półosi  $Ox$ , natomiast bok  $AB$  jest zawarty w prostej przechodzącej przez punkt  $K = (1, 2)$ .

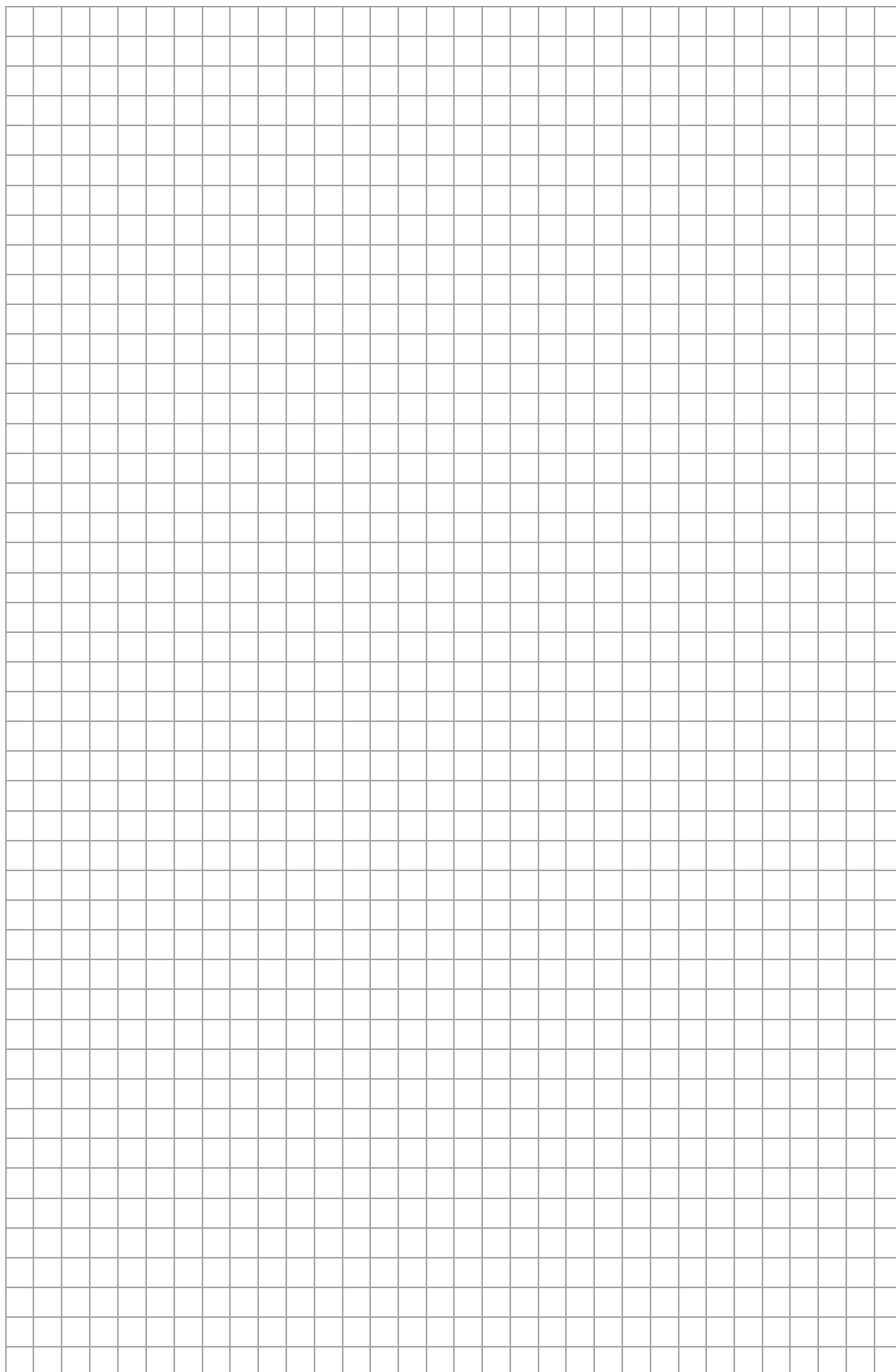
**Zadanie 13.1. (0–2)**

Wykaż, że pole  $P$  trójkąta  $ABC$  w zależności od współczynnika kierunkowego  $a$  prostej  $AB$  jest określone wzorem

$$P(a) = \frac{-a^2 + 4a - 4}{2a}$$







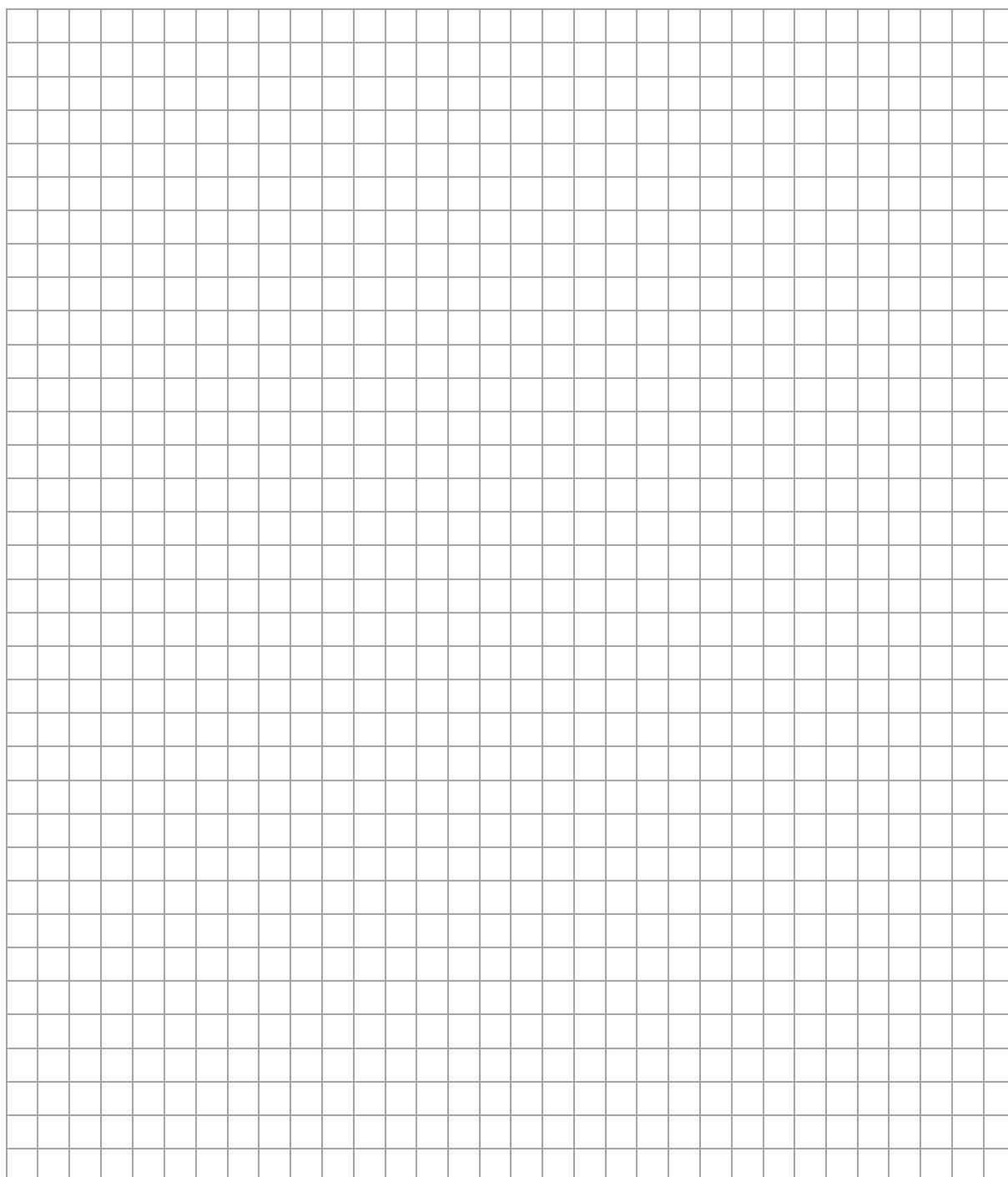
**Zadanie 13.2. (0–4)**

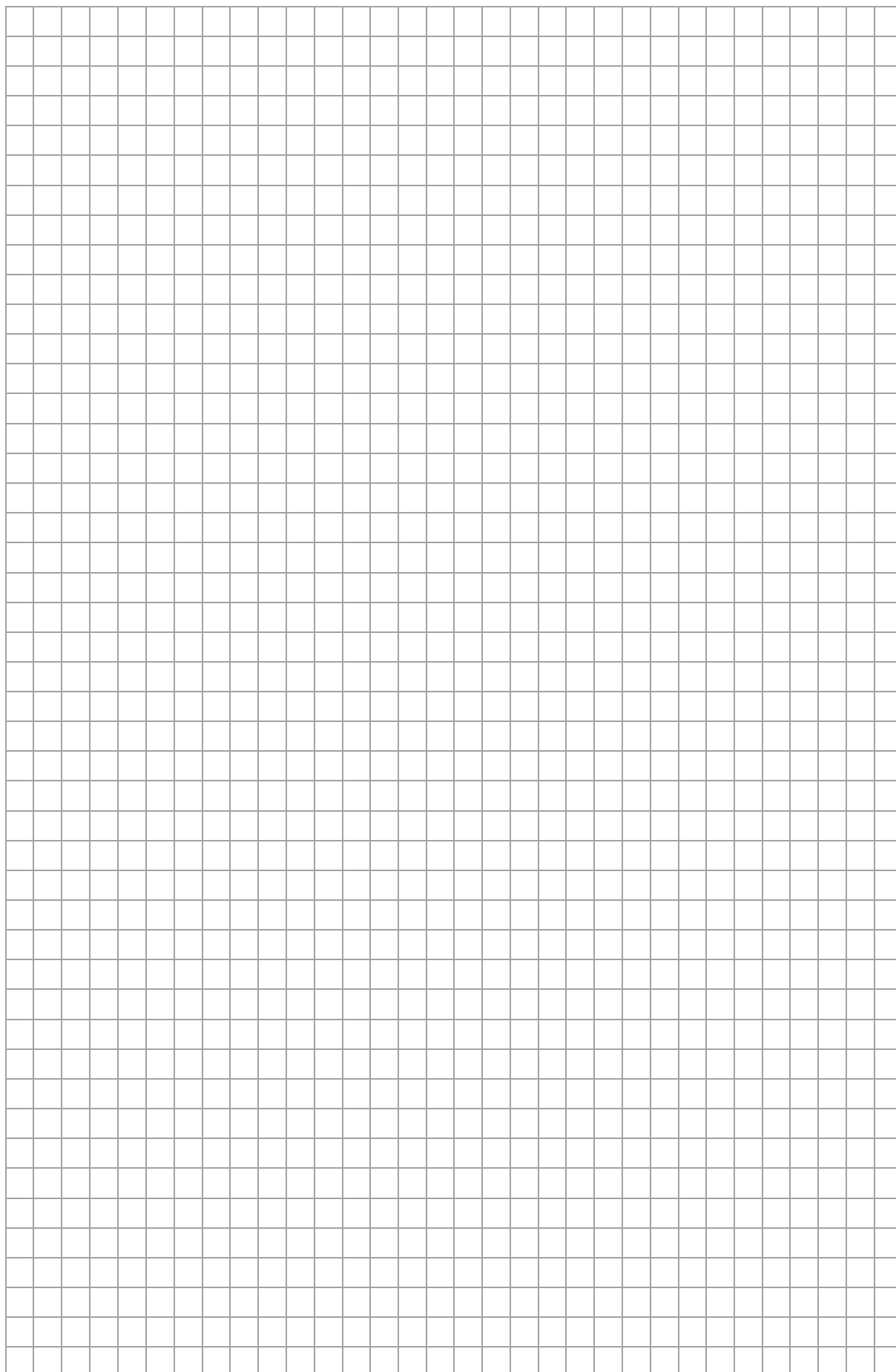
Pole  $P$  trójkąta  $ABC$  w zależności od współczynnika kierunkowego  $a$  prostej  $AB$  jest określone wzorem

$$P(a) = \frac{-a^2 + 4a - 4}{2a}$$

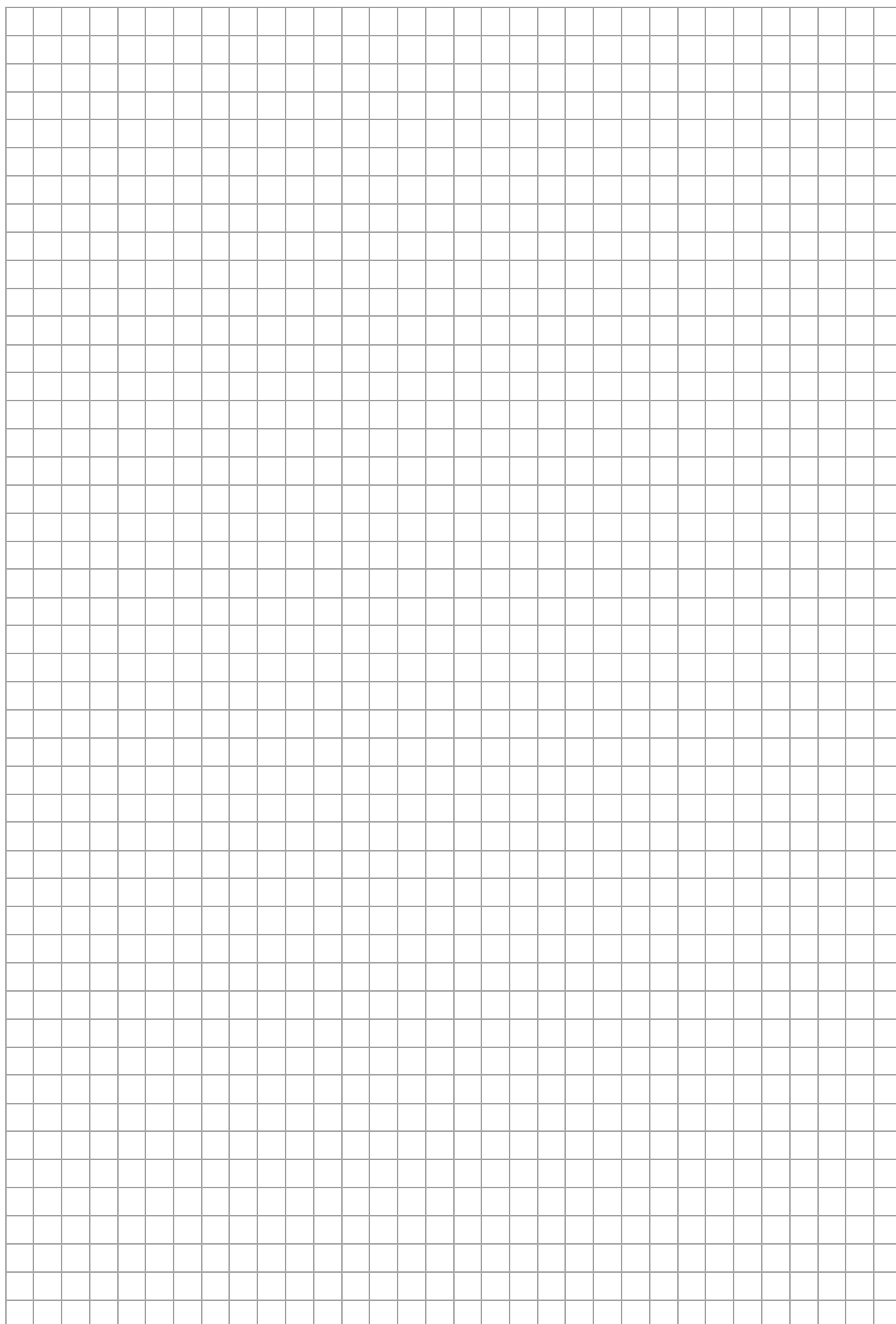
dla  $a < 0$ .

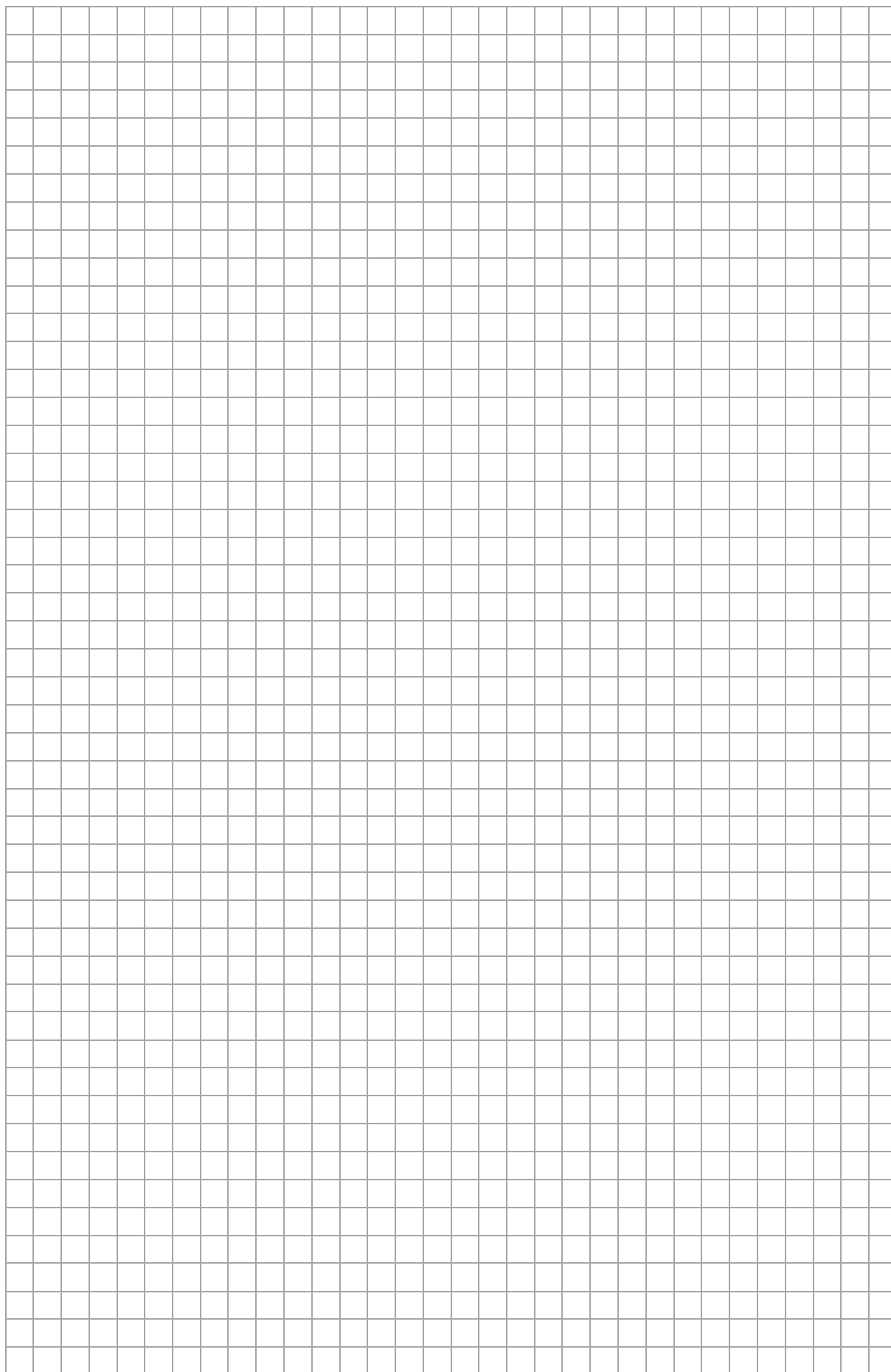
**Wyznacz równanie prostej zawierającej przeciwprostokątną  $AB$  tego z rozważanych trójkątów, który ma najmniejsze pole. Zapisz obliczenia.**





## BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)









# MATEMATYKA

## Poziom rozszerzony

*Formuła 2023*



# MATEMATYKA

## Poziom rozszerzony

*Formuła 2023*



# MATEMATYKA

## Poziom rozszerzony

*Formuła 2023*

